

주성분 분석과 복소수 신경망을 결합한 이미지 분류 알고리즘

고성균*, 박민호°

Image Classification Algorithm Combining Principal Component Analysis and Complex Valued Neural Network

Sung-kyun Ko*, Min-ho Park°

요약

이 연구는 이미지 처리 및 분류를 위해 주성분 분석 (PCA, Principal Component Analysis)을 이용한 차원 축소와 복소수 신경망 (CVNN, Complex Valued Neural Network)을 결합한 PCA-CVNN-ECBP (PCA-CVNN with Error-Correcting Backpropagation) 알고리즘을 제안하였으며, 이를 실험을 통해 검증하였다. 이에 따라 이미지 처리와 분류의 성능이 향상되었으며, 복소수 신경망에서 오류 정정법 (Error Correction)과 오류 역전파법 (Error Backpropagation)을 결합하여 학습 성능을 향상시켰다. 본 논문은 이미지 처리 및 분류에서의 차원 축소의 중요성, 주성분 분석을 이용한 차원 축소 방법, 복소수 신경망에서의 오류 정정법 및 역전파법을 다루고 있다. 실험 결과, 제안한 알고리즘이 효과적인 방법임을 입증하였다.

키워드 : 푸리에 디스크립터, 주성분 분석, 복소수 신경망, 오류 정정법, 오류 역전파

Key Words : Fourier Descriptor, PCA, Complex Valued Neural Network, Error Correction, Backpropagation

ABSTRACT

This paper proposes a PCA-CVNN-ECBP (PCA-CVNN with Error-Correcting Backpropagation) algorithm that combines dimensionality reduction using Principal Component Analysis (PCA) and a Complex Valued Neural Network (CVNN) for image processing and classification. The algorithm is validated through experiments, which show improved performance in image processing and classification. The paper also discusses the importance of dimensionality reduction in image processing and classification, the PCA method for dimensionality reduction, and error correction and backpropagation methods in CVNNs. The results of the experiments prove that the proposed algorithm is an effective method.

I. 서론

이미지 처리 및 분류는 다양한 분야에서 중요한 어플리케이션으로 사용되고 있으며, 보다 정확하고 효율적

인 의사 결정을 내리는데 필수적이다. 그러나 이미지의 복잡성과 다양성 등으로 인해 여전히 도전적인 문제로 남아 있다. 이미지 처리 성능을 높이기 위해서는 차원 축소 방법 개선과 신경망의 효율적 구성이 중요하다.

* 이 (성과)는 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(NRF-2023R1A2C1005461).

• First Author : Department of IT Convergence, Soongsil University, kosungkyun@naver.com, 정회원

° Corresponding Author : School of Electronic Engineering, Soongsil University, mhp@ssu.ac.kr, 종신회원

논문번호 : 202305-093-C-RN, Received May 4, 2023; Revised June 6, 2023; Accepted June 11, 2023

본 연구는 차원 축소 방법의 정확성과 성능을 개선하여 이미지 데이터 처리 및 분석의 효율성을 높이고, 신경망을 개선하여 영상 이미지 학습의 성능을 향상시키기 위한 방법을 제안한다. 주성분 분석 (PCA, Principal Component Analysis)을 통한 효율적인 차원 축소와 복소수 신경망 (CVNN, Complex Valued Neural Network)의 결합을 통해 이미지 처리와 분류를 개선할 것이며, 이를 통해 신경망의 일반화 성능까지 높일 수 있을 것이다. 그러나 복소수 신경망은 실수 신경망 (RVNN, Real Valued Neural Network)보다 더 풍부한 정보를 다룰 수 있지만, 오류 정정법 (Error Correction)만으로는 출력층의 오류를 은닉층으로 충분히 분배하지 못하는 한계가 있다. 이를 해결하기 위해 오류 정정법과 오류 역전파법 (Error Backpropagation)을 결합하여 복소수 신경망을 개선할 것이다.^[1,3]

본 논문에서는 PCA-CVNN-ECBP (PCA-CVNN with Error-Correcting Backpropagation) 알고리즘을 제안하여 차원 축소와 복소수 신경망의 학습 성능을 향상시킬 것이며, 실험을 통해 이 알고리즘을 검증할 것이다. 이를 위해 이미지 처리와 분류에서 차원 축소의 중요성과 필요성, 차원 축소를 위한 방법, 주성분 분석을 이용한 차원 축소와 복소수 신경망, 그리고 복소수 신경망에서 오류 정정법과 오류 역전파법을 결합한 방법의 성능검증에 대해 다룰 것이다.

II. 관련연구

이미지 처리 및 분류 분야에서 다양한 연구가 수행되고 있으며, 이번 절에서는 푸리에 디스크립터 (Fourier Descriptor)와 복소수 신경망 (CVNN, Complex Valued Neural Network)을 소개한다.

2.1 푸리에 디스크립터 (Fourier Descriptor)

푸리에 디스크립터는 이미지에서 특징 추출을 위한 대표적인 방법 중 하나이다. 이 방법은 이미지를 주파수 영역으로 변환하여 주파수 성분을 추출한 후, 다시 공간 영역으로 변환하여 이미지의 형태를 표현하는 방식이며, 이미지의 회전, 크기 변화, 이동 등에 불변하다는 특징을 가지고 있어서 이미지 분류나 객체 추적 등에 유용하게 사용되고 있다.

이미지의 윤곽선을 수학적으로 모델링하여 주파수 도메인에서 표현할 수 있도록 변환하면, 이를 통해 이미지의 형상 정보를 주파수 영역에서 추출하고, 이를 이용해 차원 축소 및 분류 등의 다양한 응용이 가능해진다. 특히, 푸리에 디스크립터는 이미지 처리에서 차원 축소

에 활용될 수 있다. 이미지의 윤곽선을 표현하는 좌표들을 푸리에 변환하여 주파수 도메인에서의 복소수 형태의 계수로 변환한 후, 이를 통해 불필요한 정보를 제거하여 차원을 축소할 수 있다. 즉, 고차원 데이터에서의 차원의 저주 문제를 해결하고, 분류나 패턴 인식 등의 작업을 수행할 때 데이터의 특성을 잘 보존하면서도 연산의 효율성을 높일 수 있다.

예를 들어, 그림 1과 같이 이미지 모양의 경계를 추출하여 변수 t 의 복소수 함수로 표현하여 계산할 수 있다. 여기서는 이미지 모양의 경계를 추출하기 위하여 Canny 변환을 사용하였고, 실수부와 허수부는 각각 경계선의 x 및 y 좌표에 해당한다.^[12]

즉, 추출된 K 개의 경계선의 좌표 x, y 를 이용하여 식 1과 같이 복소수로 표현할 수 있다.

$$c(t) = x(t) + jy(t), t = 0, 1, 2, \dots, K - 1 \quad (1)$$

그림 2는 MNIST 숫자 이미지에서 경계선을 추출한 예시이다.

경계선을 추출한 다음 이 함수의 푸리에 계수는 푸리에 변환을 사용하여 계산된다. 이러한 계수의 크기와 위상은 곡률 및 방향과 같은 모양의 기하학에 대한 정보를 제공한다.

$$a(u) = \frac{1}{K} \sum_{t=0}^{K-1} c(t) e^{-\frac{j2\pi ut}{K}} \quad (2)$$

복소 계수들의 $a(u)$ 를 경계 $c(t)$ 의 푸리에 디스크립터라고 부른다. 푸리에 변환을 수행하여 만들어진 함수

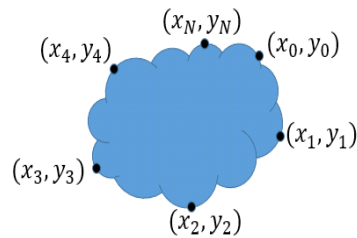


그림 1. 경계선 추출
Fig. 1. Extraction of boundaries.

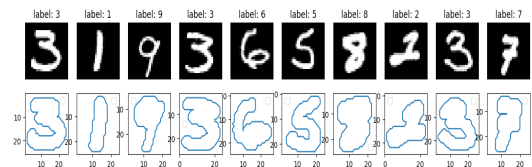


그림 2. 경계선 추출 예
Fig. 2. Examples of boundary extraction.

$a(u)$ 는 일반적으로 저주파 성분에서 원본 함수의 대략적인 모양 정보를 포함하고 있다. 그러므로 $a(u)$ 의 전체 데이터를 사용하지 않고 저주파 성분의 데이터만 사용하여도 이미지의 윤곽을 표현할 수 있다.

$$\hat{c}(t) = \sum_{t=0}^{P-1} a(u) e^{-\frac{j2\pi ut}{K}} \quad (3)$$

즉, 푸리에 변환을 수행한 결과 값에는 저주파에서 고주파 순으로 순차적으로 배열되어 있기 때문에 상위 P개의 계수 만큼 사용하면 이미지 경계를 보다 단순화 시켜서 표현하는 것이 가능하다.

그림 3는 푸리에 디스크립터로 부터 상위 몇개의 데이터만 사용하여 원본 이미지의 경계선 좌표를 재구성한 결과를 보여준다. 푸리에 디스크립터 개수가 늘어날수록 원본과 유사하게 복원되는 것을 확인할 수 있다.^{[8][9]} 푸리에 디스크립터의 결과 값은 복소수이기 때문에, 이를 학습하는 데에는 실수 신경망이 부적합하다. 따라서 다음 절에서는 복소수를 학습할 수 있는 복소수 신경망 모델을 소개한다.

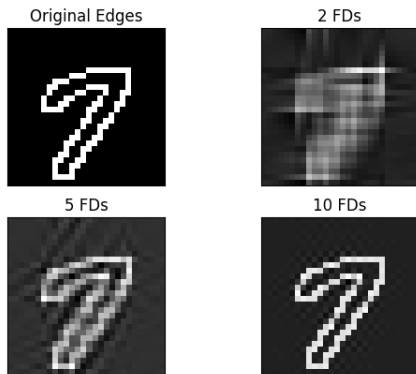


그림 3. 푸리에 디스크립터 개수별 복원결과
Fig. 3. Restoration results by number of Fourier descriptors.

2.2 복소수 신경망 (Complex Valued Neural Network)

복소수 신경망은 복소수를 입력값이나 가중치로 사용하는 신경망 모델로, 실수 신경망보다 더 풍부한 정보를 다룰 수 있다는 장점을 가지고 있다. 또한 이미지 처리 분야에서 다양한 연구가 수행되고 있으며, 복소수를 이용한 차원 축소 방법이나 이미지 분류, 객체 검출 등에서 유용하게 사용되고 있다. 이를 위해 복소수 입력과 복소수 가중치를 곱하는 것으로 이루어 지는데 이는 복소 평면에서의 회전을 의미하며, 따라서 위상의 변화

를 가져온다. 입력과 가중치의 곱의 합은 식 4, 식 5과 같이 나타낼 수 있다.

$$Z = W_0 + W_1X_1 + W_2X_2 + \dots + W_nX_n \quad (4)$$

$$Z = \sum_n W_n \cdot X_n \quad (5)$$

위상 의존적 활성화 함수 (Phase Dependent Activation Function)인 식 6은 크기 정보를 강제로 1의 단위원으로 만들고, 위상 정보만을 취하도록 한다. 이러한 활성화 함수는 매개변수의 학습시 미분을 하지 않고 갱신할 수 있도록 미분 불필요 활성화 함수 (Derivative Free Activation Function)이다.

$$P(Z) = \frac{Z}{|Z|} = e^{j \cdot \arg(Z)} \quad (6)$$

복소수 신경망의 학습 알고리즘은 다음과 같다. 그림 4와 같이 원하는 목표 t 와 출력값 z 가 있는 경우 식 7과 같이 가중치를 조절하여 원하는 목표 t 와 같은 방향으로 만들어 나간다.

$$t = \sum_n (W_n + \Delta W_n) \cdot X_n \quad (7)$$

훈련 목표 t 와의 오류는 $e = t - z$ 이므로 식 8과 같다.

$$e = \sum_n (W_n + \Delta W_n) \cdot X_n - \sum_n (W_n) \cdot X_n = \sum_n (\Delta W_n) \cdot X_n \quad (8)$$

가중치 변화에 따른 오류를 간단하고 빠르게 계산하기 위하여, 각 노드가 오류에 동등하게 기여한다는 가정 하에, 수식에서 Δ 를 삭제하고, 계산의 편의성을 위해 복소수 신경망의 기여 노드 수 N 으로 양변을 나눈 식은 식 9와 같다.

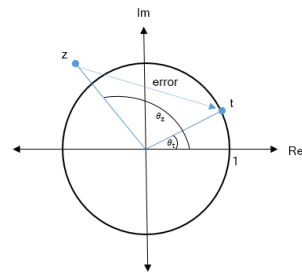


그림 4. 복소수 신경망의 학습알고리즘
Fig. 4. Learning algorithm for CVNN.

$$\Delta W_n \cdot X_n = \frac{e}{N} \quad (9)$$

가중치를 변화시키기 위한 ΔW_n 를 구하기 위해 식 9의 양쪽 변에 X_n^{-1} 를 곱한다. X_n^{-1} 는 분자와 분모에 걸쳐 복소수 (Complex Conjugate)인 $\overline{X_n}$ 를 곱해주면 $X_n^{-1} = \frac{\overline{X_n}}{|X_n|^2}$ 이 되고, 단위 원안의 X_n 은 $|X_n|=1$ 이다. 결국 $X_n^{-1} = \overline{X_n}$ 이므로 식 9는 다시 식 10과 식 11와 같이 도출된다.

$$\Delta W_n \cdot X_n \cdot X_n^{-1} = \frac{e}{N} \cdot X_n^{-1} = \frac{e}{N} \cdot \overline{X_n} \quad (10)$$

$$\Delta W_n = \frac{e}{N} \cdot \overline{X_n} \quad (11)$$

오류 정정 규칙을 사용하는 신경망의 경우 수렴속도가 느린 단점이 있지만, 미분이 필요 없으며, 로컬 미니멈 (Local Minimum) 에 영향을 받지 않는다. 이 방식은 미분과 경사 하강법 (Gradient Descent) 없이도 간단한 학습 알고리즘을 통해 효과적으로 작동할 수 있다. 복소수 신경망은 이러한 방식으로 하나의 복소수 뉴런만으로도 XOR과 같은 선형 분리가 불가능했던 함수를 학습할 수 있는 강력한 방법이 제공된다. 이를 통해 복소수 신경망의 장점이 한번 더 강조되었다.¹²⁻⁵¹

III. 제안기법

이 절에서는 주성분 분석과 개선된 복소수 신경망을 이용하여 성능 향상을 위한 새로운 방법을 제안한다.

3.1 주성분 분석 (PCA, Principal Component Analysis)

주성분 분석은 이미지 처리 분야에서 차원 축소를 위한 대표적인 방법 중 하나이다. 이 방법은 주어진 데이터의 분산을 최대화하는 축을 찾아 데이터를 새로운 축으로 변환하여 차원을 축소하는 방식이다. 주성분 분석은 이미지의 크기가 커서 처리가 어려운 경우나, 이미지의 노이즈를 제거하고 이미지의 중요한 부분을 추출하는 등의 다양한 응용 분야에서 유용하게 사용되고 있다.

주성분 분석은 다변량 데이터 분석 기법 중 하나로, 변수들 간의 상관관계를 고려하여 변수들의 정보를 요약하는 기법이다. PCA는 변수들 간의 상관관계를 고려하여 데이터를 변환하고, 변환된 데이터의 분산을 최대화 하는 새로운 축을 찾아내는 방법이다. 이렇게 찾아진

새로운 축을 '주성분' 이라고 부르며, 주성분은 원래 변수들의 선형 결합으로 구성된다. 이 선형 결합의 계수는 데이터 분산이 최대가 되도록 결정된다.

PCA를 통해 구한 주성분은 변수들 간의 상관관계를 고려하여 정보를 요약하기 때문에, 원래 변수들보다 적은 수의 주성분으로도 데이터를 대부분 설명할 수 있다. 이를 통해 데이터의 차원을 축소할 수 있고, 이후에 분석이나 모델링을 수행할 때 사용할 수 있다. PCA의 수식은 다음과 같다.

주어진 데이터를 X 라고 할 때, PCA는 X 를 다음과 같이 변환한다.

$$Z = XW \quad (12)$$

여기서 Z 는 변환된 데이터를 나타내며, W 는 원래 변수들과 주성분의 계수를 담은 행렬이다. W 의 각 열은 주성분을 나타내며, 이 주성분들은 서로 직교하는 성질을 가지게 된다. W 는 주성분 벡터로 이루어진 행렬이며, 입력 데이터의 공분산 행렬을 계산하여 이 공분산 행렬의 고유 벡터와 고유값을 구하면 W 를 계산할 수 있다. 공분산 행렬 C 의 고유 벡터와 고유값은 다음과 같이 구할 수 있다.

- 데이터를 각 열이 변수, 각 행이 관찰치인 행렬 X 로 표현한다. 이 때 X 의 평균을 0으로 만들어준다.
- 공분산 행렬 C 를 구한다. C 는 X 의 전치행렬과 X 의 행렬 곱으로 계산할 수 있다.
- C 의 고유값과 고유 벡터를 계산한다. 고유값은 $Cx = \lambda x$ 를 만족하는 λ 값이며, 고유 벡터는 이 때의 x 이다.
- 고유값을 크기순으로 정렬한 뒤, 해당 고유 벡터를 행으로 가지는 행렬 W 를 구한다. W 의 크기는 입력 데이터 X 의 열의 개수(변수의 수) $\times k$ 이다.

이렇게 구한 W 를 이용하여 입력 데이터 X 를 식 12와 같이 변환할 수 있다. 여기서 Z 는 입력 데이터 X 를 주성분 축에 투영한 값이다. 즉, W 를 이용하여 X 의 주성분을 추출할 수 있다.

그림 5는 MNIST 이미지에 주성분 분석을 활용한 예시이며 69%, 82% 그리고 95%의 분산을 유지한 상태에서 이미지를 복원한 결과를 확인할 수 있다. 95%의 분산 만을 유지하는 경우를 예를 들면 원본 이미지의 784비트 데이터를 154비트로 크게 압축할 수 있으며, 이 압축된 데이터를 사용하여 복원한 이미지는 원본과 매우 유사하게 복원됨을 보여준다. 이를 통해 주성분

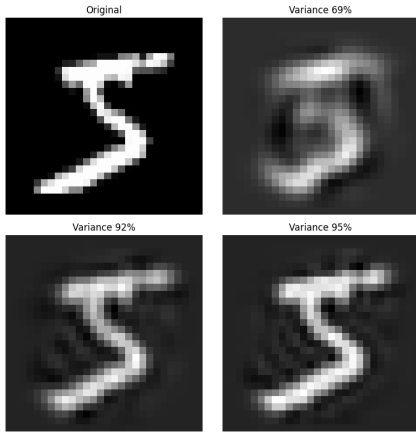


그림 5. MNIST 데이터셋의 주성분 분석 예
Fig. 5. Example of PCA on the MNIST dataset

분석을 통한 차원 축소는 많은 양의 데이터를 줄이는데 효과적이며, 동시에 이미지 복원 과정에서도 원본과 유사한 결과를 얻을 수 있음을 시각적으로 확인할 수 있다.

정리하자면, 주성분 벡터 행렬 W 를 사용하여 입력 데이터 X 를 주성분 축에 투영하여 새로운 특징 공간으로 변환하는 것이다.^[6,7]

3.2 오류 역전파 (Error Backpropagation)

기존 방법으로는 가중치 갱신을 위하여 출력층 k 와 은닉층 j 모두 오류 정정법을 사용하였으나, 제안 방법은 출력층 k 에 오류 정정법을 사용하지만 은닉층 j 은 오류 역전파법으로 변경하여 결과에 미치는 영향을 확인하였다. 즉, 출력층 k 는 로컬 미니멈에 빠지는 않는 오류 정정법을 사용하고, 은닉층 j 의 경우 출력층 오류가 은닉층으로 좀 더 잘 분배가 되도록 오류 역전파법을 사용하도록 한다. 다시 말해, 은닉층에서 사용된 오류 역전파법과 출력층에서 사용된 오류 정정법의 조합은 신경망 전체가 로컬 미니멈에 빠지는 문제를 개선하면서, 빠른 수렴이 가능해 진다고 기대할 수 있다.

식 8이 출력층 오류임으로 다시 쓰면 다음과 같다. t_k 는 목표값이며, o_k 는 출력층 k 의 실제 출력값이다.

$$e_{output} = t_k - o_k \quad (13)$$

그리고 Loss Function은 식 14와 같이 정의한다.

$$L = e_{output}^2 = |t_k - o_k| \quad (14)$$

은닉층 오류는 가중치가 크면 클 수록 더 많은 오류

가 은닉 계층으로 돌아오게 된다. 이것을 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$e_{hidden} = W_{jk}^T \cdot e_{output} \quad (15)$$

입력층 i 와 은닉층 j 사이의 가중치 W_{ij} 대한 오류 함수의 기울기는 다음과 같이 표현할 수 있다. 여기서 o_i 는 입력층 i 의 출력값이며, o_j 는 은닉층 j 의 출력값이다.

$$\frac{\partial L}{\partial W_{ij}} = \frac{\partial L}{\partial o_j} \cdot \frac{\partial o_j}{\partial W_{ij}} \quad (16)$$

$$\frac{\partial L}{\partial W_{ij}} = -e_{hidden} \cdot \frac{\partial}{\partial W_{ij}} P(\sum W_{ij} \cdot o_i) \quad (17)$$

$$\frac{\partial L}{\partial W_{ij}} = -e_{hidden} \cdot P' \cdot o_i \quad (18)$$

식 17과 식 18에서 P 는 은닉층 출력에서 사용된 위상 의존적 활성화 함수이고 P' 은 의존적 활성화 함수의 도함수이다. 은닉층 가중치 갱신은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$new W_{ij} = old W_{ij} - lr \cdot \frac{\partial L}{\partial W_{ij}} \quad (19)$$

복소변수의 갱신인 경우에는 $\frac{\partial L}{\partial W_{ij}}$ 가 아닌 $\frac{\partial L}{\partial W_{ij}^*}$ 를 사용해야 하며, 다음 절인 비르딩거 도함수에서 설명한다. 여기서 lr 은 오버슈팅을 방지하기 위해 변화의 강도를 조정하는 역할을 하며, 학습률 (Learning Rate)이라고 한다. 또한 활성화 함수의 도함수 P' 는 복소함수이며, 복소함수의 도함수를 구하기 위해서는 실수 신경망과는 달리 특별한 미분법을 사용해야 한다. 본 논문에서는 비르딩거 도함수(Wirtinger Derivative)를 사용한다.^[11]

3.3 비르딩거 도함수 (Wirtinger Derivative)

복소함수는 실수부와 허수부를 가지는 함수이므로, Wirtinger 미분법은 이를 실수부와 허수부 각각에 대해 미분을 수행한다. $z = x + iy$ 로 정의된 복소수 z 에 대해, $f(z) = u(x, y) + i v(x, y)$ 로 정의한다. 이때 비르딩거 도함수는 다음과 같이 정의된다.

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial f}{\partial x} - i \frac{\partial f}{\partial y} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + i \frac{\partial v}{\partial x} - i \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (20)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \bar{z}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial f}{\partial x} + i \frac{\partial f}{\partial y} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + i \frac{\partial v}{\partial x} + i \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (21)$$

$$df = \frac{\partial f}{\partial z} dz + \frac{\partial f}{\partial \bar{z}} d\bar{z} \quad (22)$$

여기서 \bar{z} 는 z 의 켈레복소수 (Complex Conjugate)이다. 비르딩거 미분법에서는 복소함수를 실수부와 허수부로 나누어서 미분함으로써, 복소함수를 실수함수의 연장으로 다룰 수 있다.

다음은 Step Size $\alpha/2$ 와 Loss Function L 을 이용한 복소변수의 갱신과정이다.

$$x_{n+1} = x_n - \left(\frac{\alpha}{2} \right) \frac{\partial L}{\partial x} \quad (23)$$

$$y_{n+1} = y_n - \left(\frac{\alpha}{2} \right) \frac{\partial L}{\partial y} \quad (24)$$

$z_{n+1} = x_{n+1} + jy_{n+1}$ 이므로 식 23과 식 24를 대입한 후, 유도과정의 마지막에 비르딩거 도함수를 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} z_{n+1} &= x_n - \left(\frac{\alpha}{2} \right) \frac{\partial L}{\partial x} + j \left(y_n - \left(\frac{\alpha}{2} \right) \frac{\partial L}{\partial y} \right) \\ &= x_n - \left(\frac{\alpha}{2} \right) \frac{\partial L}{\partial x} + jy_n - j \left(\frac{\alpha}{2} \right) \frac{\partial L}{\partial y} \\ &= x_n + jy_n - \left(\frac{\alpha}{2} \right) \left(\frac{\partial L}{\partial x} + j \frac{\partial L}{\partial y} \right) \\ &= z_n - \alpha \frac{1}{2} \left(\frac{\partial L}{\partial x} + j \frac{\partial L}{\partial y} \right) \\ &= z_n - \alpha \frac{\partial L}{\partial \bar{z}} \end{aligned} \quad (25)$$

여기서 $\frac{\partial L}{\partial \bar{z}}$ 를 켈레 비르딩거 도함수 (Conjugate Wirtinger Derivative)라고 부르며, 켈레 비르딩거 도함수를 이용하여 복소변수 갱신 공식을 단순화 할 수 있음을 보여준다. [10],[11]

IV. 성능분석

차원 축소를 위한 전처리 과정으로 사용된 푸리에 디스크립터와 주성분 분석을 비교하기 위해 MNIST 데이터셋을 사용하여 복소수 신경망과 함께 성능 분석을 수행하였다. 또한 개선된 복소수 신경망도 출력에 어떠한 영향을 미치는지 관찰하였다.

4.1 실험방법

그림 6는 MNIST의 필기체인식 데이터셋을 이용하

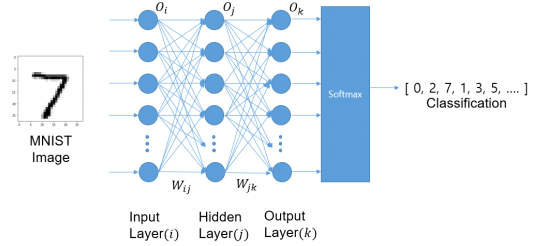


그림 6. 다층 복소수 신경망
Fig. 6. Multi-layer CVNN.

여 학습 및 테스트를 수행하기 위한 다층 복소수 신경망의 구조이다.

복소수 신경망은 실수 기반의 신경망과 구조적으로 유사하지만, 복소수를 이용하므로 입력과 가중치의 곱의 합이 복소 평면에서 회전하면서 위상의 변화를 가져오는 것이 차이점이다. 이러한 위상의 변화는 복소수 신경망에서 중요한 역할을 한다.

복소수 신경망을 구성하고 있는 노드의 수는 입력층 784개, 은닉층 100개, 출력층 10개를 사용하였고, 모든 노드 및 가중치들은 복소수를 사용하였다. 출력층에는 소프트맥스 (Softmax)를 이용하여 최종결과를 분류 (Classification) 하였다. 데이터셋은 학습을 위한 60000개와 시험을 위한 10000개를 사용하였다. 28x28의 숫자 이미지를 입력 데이터로 사용하였고, 이 입력 데이터의 전처리를 위해 푸리에 디스크립터와 주성분 분석의 경우로 나누어 실험하였다. 푸리에 디스크립터는 복소수로 이루어져 있어 복소수 신경망에 바로 입력 데이터로 사용하였다. 그러나 주성분 분석 결과는 실수 값으로 나타나기 때문에, 힐버트 변환 (Hilbert transform)을 사용하여 복소수로 확장하여 복소수 신경망의 입력데이터로 사용하였다. 이를 통해 주성분 분석의 결과를 복소수 도메인으로 확장하였다.[13] 힐버트 변환은 푸리에 변환의 한 형태로, 실수 시계열 데이터의 푸리에 변환 결과에서 주파수 대역의 위상을 -90도 (- $\pi/2$ 라디안)만큼 시프트하여 시간 영역의 실수 시계열 데이터를 복소수 형태로 변환하는 방법이다.

복소수 신경망의 학습은 $lr=0.05$, batch size=1000, epochs=50의 동일 조건으로 수행되었고, 입력데이터의 경우 25개와 49개 등 2가지의 차원 축소 전처리 과정을 비교하였다.

4.2 푸리에 디스크립터

그림 7과 같이 푸리에 디스크립터 25개까지만 취하여도 학습 정확도가 최대 86.3%까지 도달하였으며, 그림 8과 같이 오류 역전파법을 결합한 경우에는 93.1%

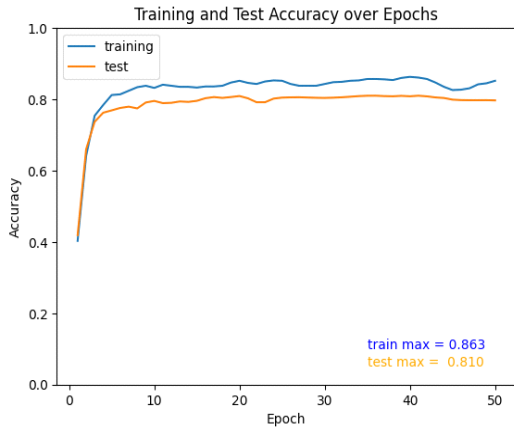


그림 7. 25개 FD와 오류 정정법
Fig. 7. 25 FDs with error correction.

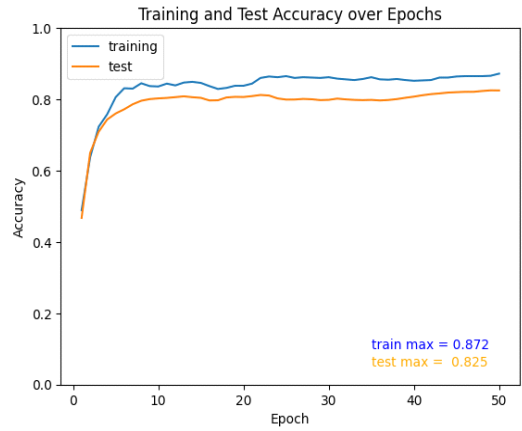


그림 9. 49개 FD와 오류 정정법
Fig. 9. 49 FDs with error correction.

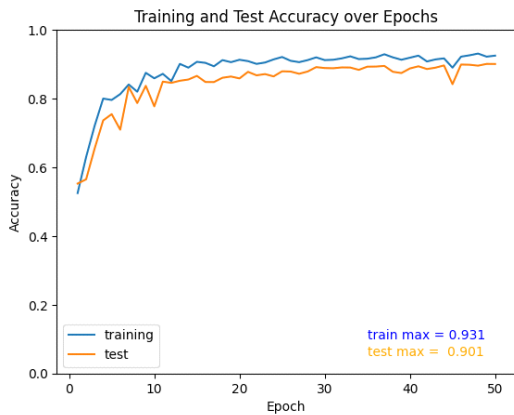


그림 8. 25개 FD와 오류 정정법 및 역전파법
Fig. 8. 25 FDs with error correction & backpropagation.

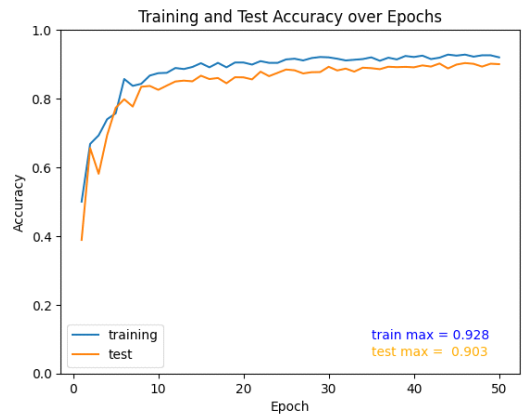


그림 10. 49개 FD와 오류 정정법 및 역전파법
Fig. 10. 49 FDs with error correction & backpropagation.

의 정확도까지 얻었다. 오류 역전파를 결합하였을 때 학습 정확도와 테스트 정확도 모두 향상되었다.

그림 9와 같이 푸리에 디스크립터를 49개 취하는 경우 학습 정확도는 정확도를 최대 87.2%를 얻었으며, 그림 10과 같이 오류 역전파법을 결합한 경우에는 92.8%의 정확도를 얻었다. 마찬가지로 오류 역전파를 결합하였을 때 학습 정확도와 테스트 정확도 모두 향상되었다.

다만, 푸리에 디스크립터는 25개에서 49개로 늘어난 경우에도 학습 정확도에 큰 변화가 없었다. 이미 적은 수 만으로도 모든 특징이 추출된 것으로 판단된다. 오류 역전파를 결합한 경우에는 모두 학습 정확도와 테스트 정확도 모두 향상됨을 알 수 있었다.

4.3 주성분 분석

주성분 분석은 분산 69% 까지만 취하여 입력 이미지의 크기가 784개에서 25개로 원본의 3.2% 수준으로 차원을 축소하였다. 그림 11과 같이 차원 축소 이후에도 학습 정확도가 93.5%까지 도달하였으며, 그림 12와 같이 오류 역전파법을 결합한 경우에는 96.0%의 높은 학습 정확도를 얻었다. 더불어, 테스트 정확도 역시 향상되었다.

분산 82% 까지만 취하여 입력 이미지의 크기가 784개에서 49개로 원본의 6.2% 수준으로 그림 13과 같이 차원을 축소한 경우에도 학습 정확도가 94.1%에 도달하였으며, 그림 14와 같이 오류 역전파를 결합하였을 때 역시 97.2%까지 학습 정확도가 향상되었다. 마찬가지로 테스트 정확도 역시 향상되었다.

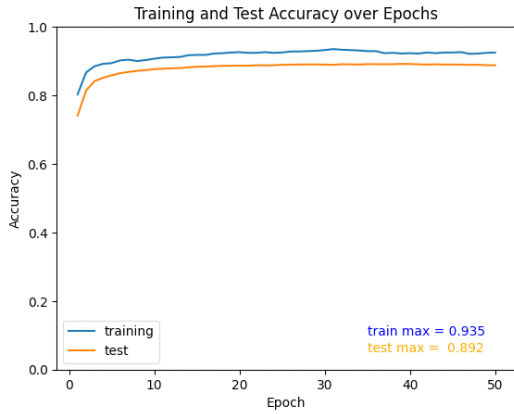


그림 11. 25개 PCA와 오류 정정법
Fig. 11. 25 PCAs with error correction.

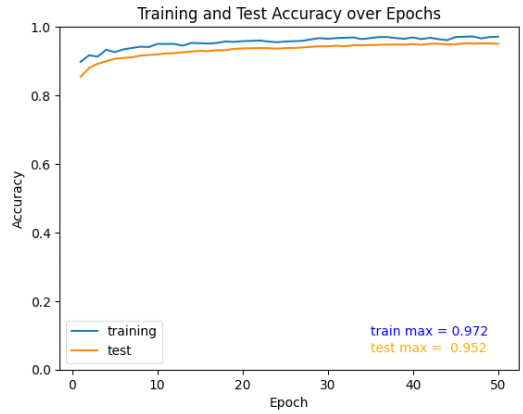


그림 14. 49개 PCA와 오류 정정법 및 역전파법
Fig. 14. 49 PCAs with error correction & backpropagation.



그림 12. 25개 PCA와 오류 정정법 및 역전파법
Fig. 12. 25 PCAs with error correction & backpropagation.

주성분 분석은 푸리에 디스크립터와 달리 주성분 개수에 학습 정확도가 비례함을 확인하였다. 오류 역전파 결합의 결과 역시 효과가 있었다. 학습 과정에서 오류의 변동이 심하지 않는 경우에는 오류 역전파가 학습 정확도와 테스트 정확도의 향상을 가져 오는 것으로 판단된다.

4.4 푸리에 디스크립터와 주성분 분석과의 비교

그림 15와 그림 16은 푸리에 디스크립터와 주성분 분석을 수행한 후, 각각 25개와 49개의 특성을 선택하여 복소수 신경망에 오류 정정법과 오류 역전파법을 결합하여 적용한 분류 결과를 서로 비교하였다.

모든 경우에서 주성분 분석의 학습 및 테스트 정확도가 푸리에 디스크립터 보다 높음을 확인할 수 있다.

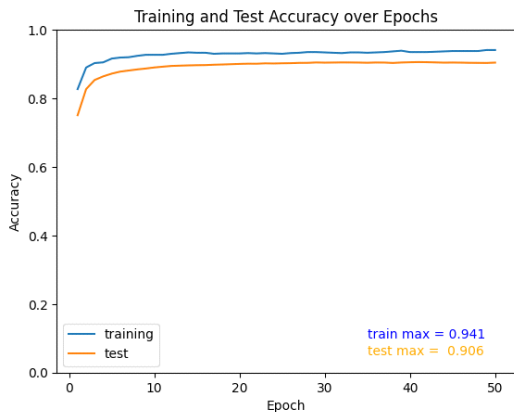


그림 13. 49개 PCA와 오류 정정법
Fig. 13. 49 PCAs with error correction.



그림 15. 25개 PCA와 FD 비교
Fig. 15. Comparison of 25 PCAs and FDs



그림 16. 49개 PCA와 FD 비교
Fig. 16. Comparison of 49 PCAs and FDs

4.5 실수 신경망과의 비교

복소수 신경망은 실수 신경망과 달리 복소수를 활용하여 데이터를 표현하고 처리하는 신경망 구조이다. 복소수 신경망은 신호 처리, 영상 처리, 음성 인식 등 실수만으로는 제대로 다루기 어려운 데이터를 다룰 때 유용하다. 하지만 이는 모든 분야에서 성능이 우수하다는 것을 의미하는 것은 아니다. 복소수 신경망은 복소수를 다룰 수 있기 때문에 복소수를 사용하는 데이터의 표현과 처리에 적합한 구조라는 점을 강조하는 것이다.

예를 들어 푸리에 디스크립터와 같은 차원 축소 방법을 사용할 때는 복소수가 사용되는데, 이 경우 실수 신경망으로는 처리할 수 없기 때문에 복소수 신경망을 사용해야 한다. 복소수 신경망은 이러한 복소수 기반 데이터를 처리하기 위해 설계된 구조이다.

따라서, 본 논문에서는 이러한 차이를 감안하여 기존

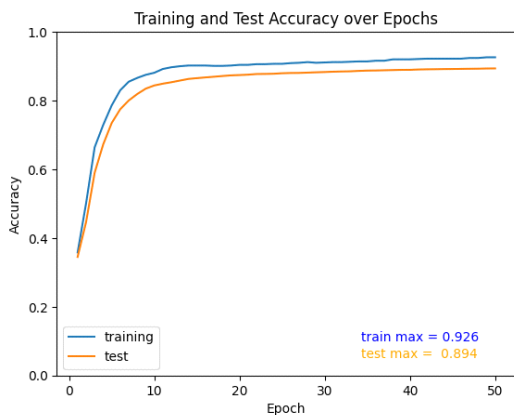


그림 17. 25개 PCA와 RVNN
Fig. 17. 25 PCAs with RVNN

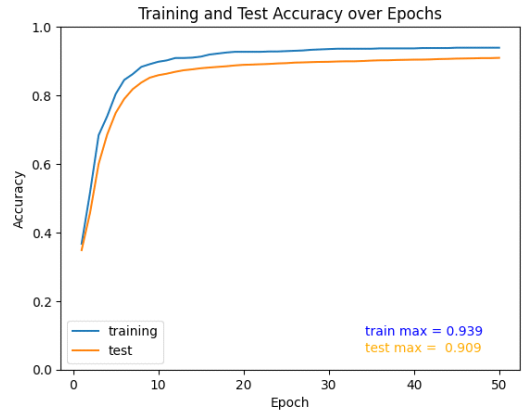


그림 18. 49개 PCA와 RVNN
Fig. 18. 49 PCAs with RVNN

실험과 최대한 동일한 조건에서 실수 신경망에서도 실험을 실시하였다. 그림 17과 그림 18과 같이 MNIST 숫자 이미지를 주성분 분석을 사용하여 25개 및 49개의 주성분으로 축소한 후, 실수 신경망으로 학습을 진행하고 결과를 평가하였다.

실수 신경망과 복소수 신경망의 구조적 차이에도 불구하고, 실수 신경망을 사용한 경우 역시 차원 축소 후에도 복소수 신경망과 유사하게 학습 정확도와 테스트 정확도가 유지되는 것으로 확인하였다.

4.6 종합 분석 결과

주성분 분석을 사용한 차원 축소 전처리 과정을 거친 데이터를 이용하여 복소수 신경망을 학습시킨 결과, 최대 97.2%의 높은 분류 학습 정확도를 얻었다. 반면, 푸리에 디스크립터를 사용한 전처리 과정을 거친 데이터를 이용한 복소수 신경망의 경우 최대 93.1%의 분류 학습 정확도를 보였다. 이를 통해 주성분 분석을 사용한 전처리 과정이 푸리에 디스크립터를 사용한 전처리 과정보다 더 높은 성능을 가진다는 것을 확인할 수 있었다. 따라서, 복소수 신경망에 적용되는 전처리 과정을 선택할 때에는 주성분 분석을 사용하는 것이 더욱 적절하다는 결론을 얻을 수 있었다. 더욱이 모든 경우에서 가중치 갱신 시 오류 정정법만을 사용하는 것보다 오류 역전파와 결합한 경우 더욱 좋은 성능을 기대할 수 있었다. 다만, 푸리에 디스크립터의 경우에는 계수의 개수와 학습 정확도가 비례하지 않았으며, 계수의 개수가 증가하여도 정확도의 큰 변화가 없는 결과를 보였기 때문에 추가 연구를 통하여 원인을 분석할 필요가 있다.

V. 결론 및 추후연구

본 논문에서는 복소수 신경망을 이용하여 이미지 분류 문제를 해결하고자 하였으며, 푸리에 디스크립터와 주성분 분석을 복소수 신경망의 입력으로 사용하여 실험을 수행하였다. 실험 결과, 주성분 분석이 우수한 성능을 보였고, 복소수 신경망의 가중치 갱신 시 출력층에는 오류정정법을, 은닉층에는 오류 역전파법을 결합하여 사용하여 더 나은 성능을 얻었다는 것을 확인할 수 있었다. 오류 정정법은 출력층에서 실제 출력과 원하는 출력 사이의 오류를 이용하여 가중치를 조정하는 방식으로, 학습 데이터를 다시 공급하지 않고도 신경망을 수정할 수 있게 해준다. 반면, 오류 역전파는 출력층에서 계산된 오류를 입력층까지 전파하여 각 층에서의 가중치를 조정하는 방식으로, 모든 학습 데이터에 대해 반복적으로 수행하면서 신경망을 학습시킨다. 두 가지 방법을 결합하여 사용함으로써, 출력층에서는 빠르게 가중치를 조정하면서도, 은닉층에서는 학습이 깊어질수록 더 정확한 가중치를 조정할 수 있게 되었다. 이를 통해 더욱 높은 성능을 얻을 수 있었으며, 이러한 연구 결과는 복소수 신경망을 활용하는데 있어서 유용한 방법론을 제시하였다는 것이다.

추후에는 더욱 정교한 복소수 신경망 모델을 구성하고, 다양한 데이터 셋에 대해 실험을 수행하여 성능을 높이는 방법을 연구할 필요가 있다. 또한, 복소수 신경망을 활용하여 다른 분야에서도 응용 가능한 방법론을 개발하는 것도 중요한 과제 중 하나이다.^[14]

References

- [1] C. Lee, H. Hasegawa, and S. Gao, "Complex-valued neural networks: A comprehensive survey," *IEEE/CAA J. Automatica Sinica*, vol. 9, no. 8, pp. 1406-1426, Aug. 2022.
- [2] S. K. Ko, "Implementation of complex valued neural network and application for image recognition," in *Proc. KICS Winter Conf.*, Pyeongchang, Korea, Feb. 2022.
- [3] J. Basse, X. Li, and L. Qian, "A survey of complex-valued neural networks," *arXiv preprint, arXiv:2101.12249v1*, 2021.
- [4] I. Aizenberg, *Complex-valued neural networks with multi-valued neurons*, vol. 353, Springer Publishing Company, 2016.
- [5] MYO NeuralNet, "Complex Valued Neural Networks - Experiments," May 24, 2016, <http://makeyourownneuralnetwork.blogspot.com/2016/05/complex-valued-neural-networks.html>.
- [6] Excelsior-JH, "Dimension Reduction - PCA, Principal Component Analysis (1)," Excelsior-JH Blog, Sep. 1, 2018, <https://excelsior-cjhtistory.com/167>.
- [7] J. Qiu, H. Wang, J. Lu, B. Zhang, and K.-L. Du, "Neural network implementations for pca and its extensions," *ISRN Artificial Intelligence*, 2012, 847305. (<https://doi.org/10.5402/2012/847305>)
- [8] S. G. Hwang, *Image processing programming*, pp. 709-716, Hanbit Media, 2007.
- [9] A. Oulmane, A. A. Lakis, and N. Mureithi, "Application of fourier descriptors & artificial neural network to bearing vibration signals for fault detection & classification," *Universal J. Aeronautical & Aerospace Sci.*, vol. 2, pp. 37-54, 2014. Retrieved from www.paper-science.com.
- [10] R. F. H. Fischer, "Wirtinger calculus. in Precoding and signal shaping for digital transmission," pp. 405-413, John Wiley & Sons, Inc., 2002. ISBN: 0-471-22410-3.
- [11] PyTorch, (n.d.), "Automatic Differentiation Package - torch.autograd," Retrieved Apr. 23, 2023, from <https://pytorch.org/docs/stable/notes/autograd.html>.
- [12] scikit-image, (n.d.), *skimage.measure.find_contours*, Retrieved from https://scikit-image.org/docs/stable/api/skimage.measure.html#skimage.measure.find_contours.
- [13] SciPy Contributors, "scipy.signal.hilbert," SciPy documentation. Retrieved from: <https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.signal.hilbert.html>.
- [14] Chul Woo Yoo and Dae Sik Hong, "Neural Adaptive Equalization of M-ary QAM Signals Using a New Activation Function with a Multi-Saturated Output Region," *Journal of the Korean Institute of Electronics and Communication Sciences*, vol. 35, no. 1, pp. 42-54, Jan. 1998.

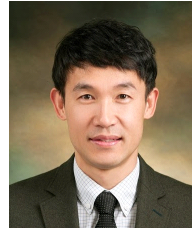
고 성 균 (Sung-kyun Ko)



1992년 2월 : 성균관대학교 전자공학과 학사 졸업
1994년 2월 : 성균관대학교 전자공학과 석사 졸업
2020년 9월~현재 : 숭실대학교 IT융합학과 박사과정

<관심분야> 전자공학, 자동제어, 딥러닝

박 민 호 (Min-ho Park)



2000년 2월 : 고려대학교 전자공학과 학사 졸업
2002년 2월 : 고려대학교 전자공학과 석사 졸업
2010년 2월 : 서울대학교 전기컴퓨터공학과 박사 졸업
2013년 3월~현재 : 숭실대학교 전자정보공학부 교수

<관심분야> 전자공학, 컴퓨터공학, 통신공학